Nákladové funkce

Výukový text

Nákladová funkce matematicky popisuje vztah mezi náklady a výkonem, vyjadřuje tedy **<u>závislost nákladů na objemu produkce</u>** (výkonů, aktivit). Hledisko závislosti a nezávislosti nákladu zde hraje klíčovou roli. Obecně řečeno, nákladové funkce definují vztah mezi náklady a výrobními charakteristikami, tj. nákladovými parametry, v našich podmínkách se tedy jedná nejčastěji o objem produkce v měrných (kg, ks, m, l, m^2, atd.) či peněžních jednotkách (Kč, USD, € apod.).

Tento matematický vztah **lze použít k predikci nákladů** spojených s určitým objemem aktivit či úrovní výkonů. Nákladovou funkci uplatňujeme a posuzujeme z pohledu krátkého období, kde **rozlišujeme variabilní a fixní chování nákladů**. Firmy mohou použít nákladovou funkci k odhadu nákladů spojených s výrobou, dále také za účelem zjištění, jaké cenové strategie mohou použít k dosažení ziskové marže (angl. profit margin) či krycího příspěvku (angl. contribution margin)[1].

V praxi tedy hledáme odpověď na otázku co se stane s náklady firmy, pokud dojde k nárůstu produkce o 100 % nebo poklesu o 50 %. Jak tedy náklady zareagují? Pokud nebudeme znát ekonomické nákladové souvislosti, mohli bychom se mylně domnívat, že dojde ke 100 %-nímu nárůstu, resp. 50 %-nímu poklesu nákladů. Ve skutečnosti tomu tak nebude, a to z důvodů existence části nákladů, kterou označujeme jako fixní, neboť tyto fixní náklady jsou nezávislé na objemu produkce. Samozřejmě tyto nákladové funkce mají daleko širší využití a aplikaci.

Základní lineární průběh nákladů

Matematicky lze zapsat základní **<u>lineární vztah</u>** nákladové funkce jako:

$$\boldsymbol{y = a + bx},$$

kde y = celkové náklady N (TC); x = objem produkce (aktivit); a = objem fixních nákladů FN (FC); b = variabilní náklady na jednotku vn_j (vc_u).

Tato funkce tedy vychází ze základního vztahu, že celkové náklady jsou součtem objemu fixních nákladů (FN) a variabilních nákladů VN, tedy

$$N = FN + VN,$$

přičemž VN lze tedy rozložit na vztah součinu variabilních jednotkových nákladů a objemu aktivit (produkce), tedy

$$\boldsymbol{N = FN + vn_j \times q},$$

[1] Příspěvek na úhradu fixních nákladů a tvorbu zisku, zkráceně krycí příspěvek, v praxi označovaný též jednoduše (a poněkud nepřesně) jako MARŽE (pozor, neplést se ziskovou marží!). Jedná se o pojem především manažerského účetnictví a má nezastupitelný význam pro manažerské řízení. Je definován jako přebytek výnosů nad náklady, které lze těmto výnosům jednoznačně přidělit. Nejčastěji využívanou variantou je zřejmě výpočet rozdílu mezi cenou a variabilními náklady na produkt. Ukazuje, kolik přispívá každý výkon k pokrytí (úhradě) fixních nákladů firmy a k dosažení zisku. Je to významný ukazatel pro hodnocení efektivnosti jednotlivých výkonů. Jeho použití je velice široké, od plánování zisku, přes hodnocení efektivnosti jednotlivých výkonů až po výpočty bodu zvratu apod. Hlavní nevýhodou jeho použití se jeví především to, že v takovém případě nezjišťujeme (nepřiřazujeme, nealokujeme) všechny náklady (tedy i fixní/režijní), ale pouze náklady variabilní.

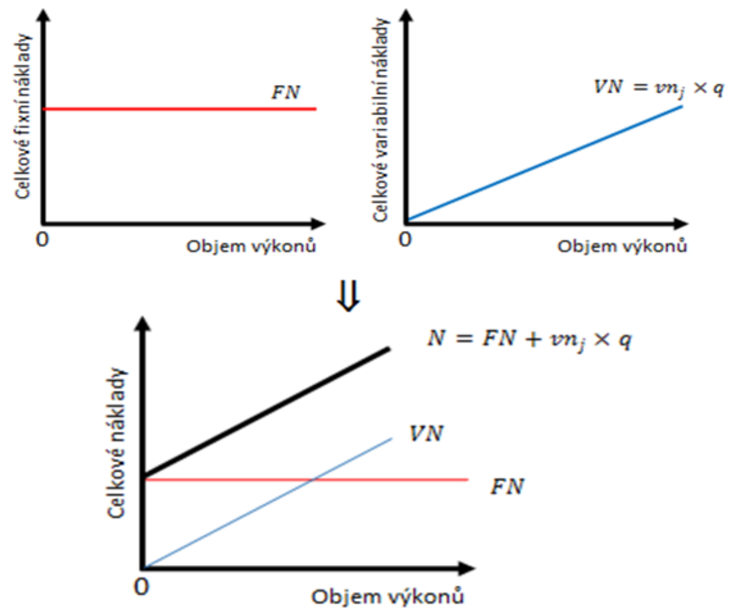
kde q = objem produkce v měrných jednotkách (ks, kg, m, min. atd.).

Můžeme ji vyjádřit v jejím globálním tvaru, který využijeme v případě nestejnorodé produkce, při které není možné stanovit jednu úroveň jednotkových variabilních nákladů a k tomu odpovídající objem produkce, ale musíme nalézt společnou veličinu pro jejich srovnání a vyjádření. A touto veličinou jsou **peníze**. Potom tedy globální nákladová funkce bude mít tvar

$$\boldsymbol{N = FN + h_v \times Q,}$$

kde Q = objem produkce v peněžních jednotkách (Kč, € atd.); h_v = variabilní náklady připadající na jednu vyprodukovanou peněžní jednotku, tedy např. na 1 Kč. Toto lze nazvat také jako haléřový ukazatel variabilních nákladů. Je vyjádřen podílem celkového objemu vynaložených variabilních nákladů na daný objem produkce v peněžních jednotkách, tedy h_v = VN/Q.

Grafická ilustrace nákladové funkce, vyjadřující průběh nákladů na celkový objem produkce, je zachycena na následujícím obrázku 2.6.

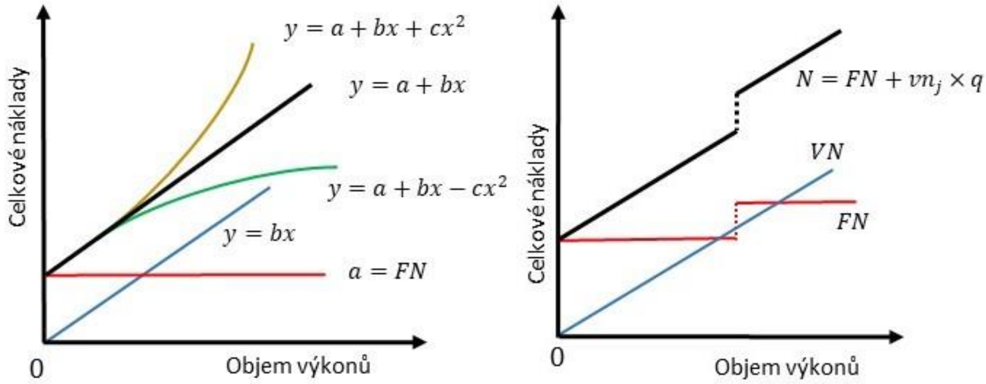


Obrázek 1: Průběh variabilních, fixních a celkových nákladů

Jak vyplývá z uvedeného obrázku, celkové fixní náklady jsou konstantní a jejich zobrazení je tedy polopřímka rovnoběžná s osou X, neboť při jakémkoliv objemu výkonu jsou fixní náklady (FN) neměnné, resp. Jsou na tomto objemu výkonu **nezávislé**. Oproti tomu celkové variabilní náklady (VN) jsou v lineárním modelu znázorněny jako polopřímka s rostoucím charakterem vzhledem k objemu produkce. Potom tedy celkové náklady (N) jsou součtem těchto dvou polopřímek a polopřímka celkových nákladů je rovnoběžná s variabilními náklady a vychází z výše fixních nákladů na ose Y (souřadnice [0; FN]).

Nelineární průběh nákladů

Obdobná konstrukce grafu je uplatněna také v případě neproporcionálního vývoje variabilních nákladů, či skokového zvýšení fixních nákladů (viz obr. 2). Levý graf na obrázku ilustruje vývoj celkových nákladů v případě neproporcionálního[2] vývoje variabilních nákladů. Zde si lze povšimnout také matematického vyjádření kvadratické funkce, která kromě standardních členů lineární funkce, obsahuje navíc ještě kvadratický člen (±) cx^2.



Obrázek ***Chyba! V dokumentu není žádný text v zadaném stylu.****: Celkové náklady při neproporcionálním vývoji variabilních nákladů a skokovém zvýšení fixních nákladů*

Nelineární chování nákladů se vyznačuje svým nadproporcionálním či podproporcionálním vývojem nákladů. Toto je způsobeno například neplánovanou přesčasovou prací (a z ní vyplývající příplatky, zvyšující tím pádem variabilní mzdové náklady), nebo např. množstevními slevami (a tím pomalejším růstem materiálových nákladů od určitého objemu produkce). Tuto podobu nákladové funkce je možné získat například po provedení **regresní analýzy vývoje nákladů**.

Pravý graf obrázku 2 pak ilustruje lineární vývoj celkových nákladů v případě skokového zvýšení fixních nákladů například v důsledku rozšíření výrobní kapacity.

Otázky k zamyšlení

1. Jak se změní situace podnikatele, jestliže v důsledku konkurenčního boje přijde o 2 hlavní zákazníky, kteří tvořili 60 % jeho prodejů a přesunou se ke konkurenci? Jak rychle na tuto situaci dokáže zareagovat v případě, že tyto prodeje není schopen objemově nahradit jiným zákazníkem? Jak budou vypadat změny v jeho nákladech?[3]

2. Proč se v restauraci běžně prodávají poloviční porce jídla za dejme tomu 75 % ceny a nikoliv také za polovinu?[4]

---

[2] V matematickém zápisu a = FN; b, c = variabilní náklady připadající na jednotku produkce

[3] Pro adekvátní řešení uvažujte o úrovni využití fixních nákladů a jejich podílu na celkových nákladech. Můžeme říci, že čím bude jejich podíl vyšší, tím bude také jeho reakce pomalejší. To souvisí především s tím, že v krátkém období je velmi obtížné rychle zredukovat právě náklady fixního charakteru.

[4] Odpověď je opět velmi jednoduchá. I restaurace má běžně náklady fixního a variabilního charakteru. A zatímco náklady na suroviny budou v případě poloviční porce také poloviční, ostatní náklady např. na mzdu kuchaře, opotřebení zařízení a nádobí, stejně jako energie, jsou stále stejné, a tudíž ani náklady na ně nelze zredukovat na polovinu.

Metody sestavení nákladových funkcí

V podnikové praxi je největším problém stanovení fixních a variabilních nákladů, a proto také sestavení nákladové funkce může být v praxi složitější. Tato oblast je v literatuře poměrně podrobně zpracovaná a k odhadu parametrů nákladových funkcí, tedy parametru fixních nákladů a parametru variabilních nákladů (ať už na jednotku měrnou či peněžní), uvádí použití nejčastěji těchto metod:

1. Klasifikační analýza
2. Bodový diagram
3. Metoda dvou období
4. Regresní a korelační analýza

Klasifikační analýza

Tuto metodu řadíme mezi tzv. *empirické metody*, neboť pro její sestavení potřebujeme znát podrobně náklady a jejich využití tak, abychom ze zkušenosti (empirie) mohli správně rozdělit (klasifikovat) náklady do skupin na variabilní a fixní dle toho, jestli se **mění s objemem výkonu (aktivit) či nikoliv**. Vzhledem k tomu, že toto rozdělení není vždy vzhledem k povaze nákladů jednoduché a jednoznačné, muže toto provádět pouze pracovník se zkušenostmi s náklady v daném podniku (v opačném případě může dojít ke vzniku poměrně značných nepřesností). Určitým zjednodušením zde může být nastavení účtování nákladů např. v analytické evidenci tak, že můžeme přímo jednotlivé podúčty (a náklady na nich) klasifikovat jako fixní či variabilní.

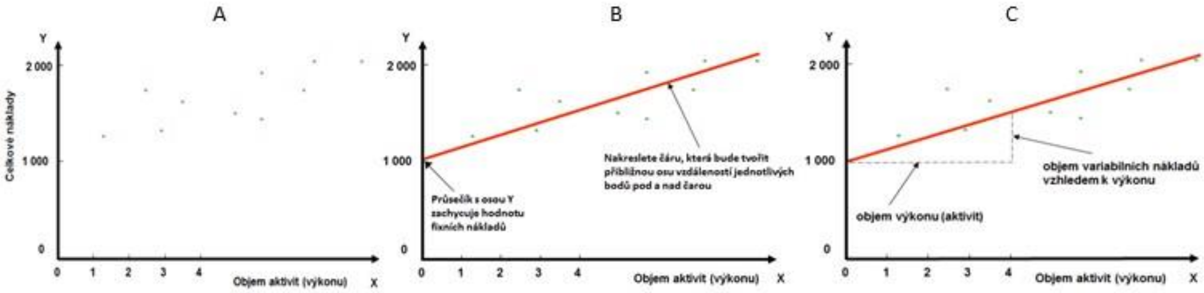
Postup:

1. Základem je tedy rozdělit všechny položky nákladů a klasifikovat (rozdělit) je jako fixní či variabilní. Takto nám vzniknou dvě skupiny nákladů, ze kterých poté můžeme začít odvozovat nákladovou funkci.
2. Součet fixních nákladů nám determinuje první parametr v lineární nákladové funkci, tedy fixní náklady (FN).
3. Celkově klasifikované variabilní náklady poté vztáhneme k objemu výkonu, který byl s danými variabilními náklady vyprodukován a vzájemně podělíme (VN/q), čímž nám vznikne parametr jednotkových variabilních nákladů (vn_j). V případě nestejnorodé produkce dochází k modifikaci, neboť musíme variabilní náklady vztahovat k objemu výkonu v peněžních jednotkách a získáme tak tzv. haléřový ukazatel variabilních nákladů (h_v = VN/Q).
4. Parametry FN a vn_j již pouze dosadíme do obecného tvaru nákladové funkce.
5. Při využití nákladové funkce stačí dosadit plánovaný objem produkce za q (Q) a získáme orientační hodnotu nákladů vzhledem k plánovanému objemu produkce

Omezením této metody je to, že ji lze použít především pro lineární modelování.

Bodový diagram (Scattergraph Method)

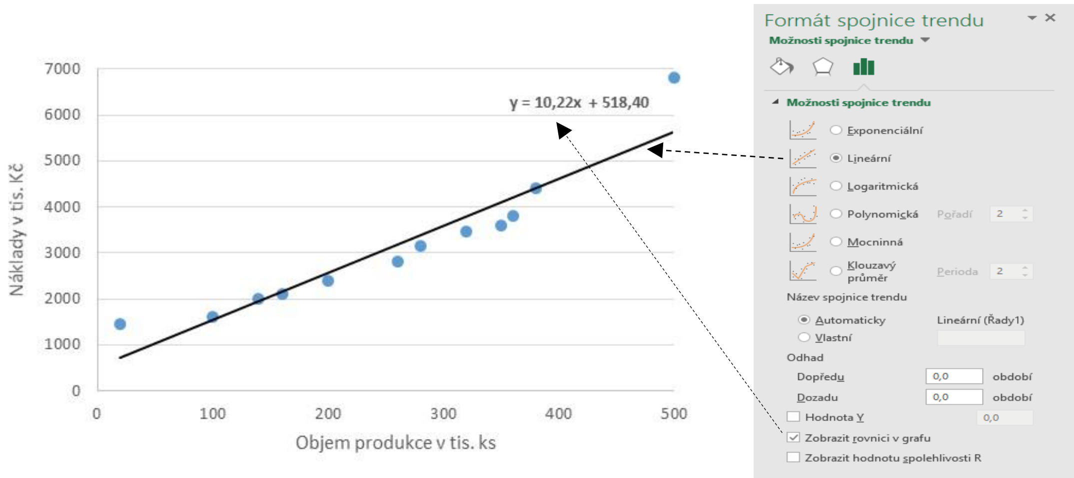
Bodový diagram, označovaný také jako grafická metoda zjišťování nákladů, je ve své podstatě vizuální technikou pro rozlišení fixních a variabilních nákladů. Postup získání nákladové funkce je znázorněn na následujícím obrázku. **Základem je získání hodnot nákladů a objemu produkce ve více obdobích (např. měsíce v roce), ze kterých vytvoříme bodový graf.** Souřadnice každého bodu jsou dány objemem produkce (osa X) a příslušným odpovídajícím objemem nákladů (osa Y). Takto získáme soubor rozptýlených či shluknutých bodů (viz obr. 3), které se snažíme proložit přímkou, jenž bude procházet těmito body tak, aby tvořila jejich přibližnou osu. V bodě, kde tato přímka protne osu Y (obr. 3 B), najdeme hodnotu fixních nákladů. Hodnotu jednotkových variabilních nákladů poté vypočteme z hodnot kteréhokoliv bodu ležícího na této přímce. Jako pomůcku si můžeme nakreslit pravoúhlý trojúhelník ohraničený úrovní fixních nákladů, lineární přímkou a bodem zvoleným na této přímce (obr. 3 C).



*Obrázek **Chyba! V dokumentu není žádný text v zadaném stylu.** Postup grafické metody a odhadu nákladové funkce*

(upraveno dle: Garrison a kol., 2010)

Tato metoda je velmi jednoduchá ale zároveň také nepřesná. Její alternativou je využití softwaru (např. MS EXCEL) nebo pak metody odhadu nákladů pomocí regresní analýzy za použití metody nejmenších čtverců. Nejjednodušší řešení je však pomocí např. MS EXCEL (viz obr. 3-6), kdy stačí proložit tyto body spojnicí lineárního trendu a MS EXCEL sám vypočítá lineární funkci.



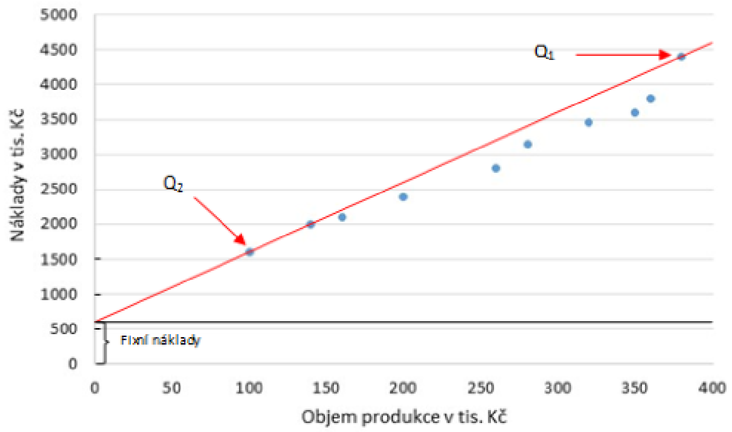
Obrázek 4 Ukázka bodového diagramu s lineárním trendem (výstup MS Excel)

Metoda dvou období (High-Low Method)

Metoda dvou období je založena na zjištění nákladové funkce, která bude popisovat rostoucí přímku **v lineárním modelu** vývoje nákladů. Jestliže vztah mezi náklady a objemem výkonů může být zobrazený pomocí rostoucí přímky, potom **sklon této přímky je dán jednotkovými variabilními náklady.**

Principem této metody je, jak již také anglický název napovídá, vybrat období[5] s nejvyšší a nejnižší úrovní objemu aktivit (tedy Q_1 a Q_2) a porovnání změn v nákladech v těchto dvou obdobích. Toto provedeme s využitím dvou rovnic o dvou neznámých, které získáme právě z vybraných období. Tímto sestavujeme vlastně nákladové funkce (N_1 a N_2), ve kterých jsou dvě neznámé – fixní náklady (a) a jednotkové variabilní náklady (b). Vyřešením této soustavy dvou rovnic získáme ve své podstatě rovnici „průměrné" nákladové funkce, u které je předpoklad, že v průměru popisuje vývoj všech nákladů vzhledem k úrovni objemů produkce v jednotlivých obdobích nacházejících se hodnotově mezi obdobím s nejvyšším (Q_1) a nejnižším objemem produkce (Q_2).

Z matematického hlediska tedy tato metoda v podstatě konstruuje přímku skrze 2 body, a to právě body definované nejvyšším (Q_1) a nejnižším (Q_2) objemem aktivit a k tomu příslušejícími náklady (viz obr. 5).



Obrázek 5 Grafická ilustrace metody dvou období

U takovéto polopřímky se může stát, že nejvyššímu a nejnižšímu objemu aktivit neodpovídají nejnižší a nejvyšší náklady, nicméně to není považováno za chybné, neboť u této metody chtějí analytici používat údaje, které odrážejí největší změny v úrovni aktivit. Bohužel hlavní nedostatek této metody spočívá právě v tom, že nákladová funkce vzniká na analýze právě jenom dvou bodů, což může zkreslit vývoj nákladů, pakliže byl zvolen bod, který je mimo období se standardním vývojem nákladů. K odstranění případných nepřesností lze opět doporučit regresní metodu založenou na technice nejmenších čtverců.

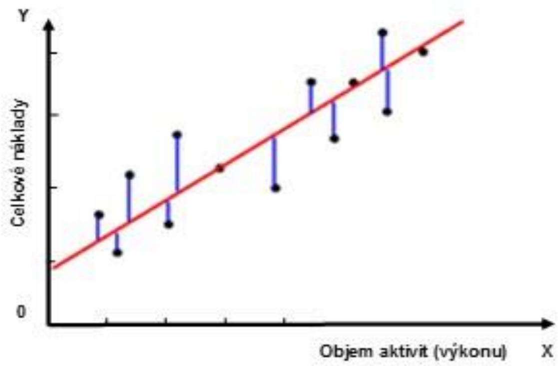
Je potřeba věnovat pozornost několika aspektům. V prvé řadě je nezbytné vyloučit z výběru období, které se výrazně odchylují od standardního vývoje z důvodů vzniku mimořádných či extrémních situací (např. velká zakázka mimořádného charakteru, která se již nebude opakovat, přerušení výroby vlivem záplavy apod.). Takové období by mohlo výrazně ovlivnit nákladovou funkci, která by tak v tuto chvíli nevyjadřovala běžné chování nákladů. Druhým aspektem je pak charakter období, které vybíráme. To tedy znamená, že pokud budeme vycházet **z *měsíčních* údajů** o produkci a nákladech, získáme tímto výpočtem také ***měsíční*** nákladovou funkci. Pokud v takovém případě budeme chtít získat *roční* nákladovou funkci, musíme provést přepočet vynásobením hodnoty fixních nákladů dvanácti (hodnotu jednotkových variabilních nákladů nepronásobujeme, neboť se vztahuje k objemu produkce, a nikoliv k času).

[5] Např. z více po sobě jdoucích let, nebo z jednotlivých měsíců (čtvrtletí apod.) daného roku.

Regresní a korelační analýza

Kromě výše zmíněných metod však je možné ke stanovení nákladů a jejich modelu využít několik dalších matematických metod a technik, které využívají v převážné většině historické data jako vstupy do modelu. Jsou to především regresní analýzy nebo také neuronové sítě, jejichž využití a aplikaci do firmy vysvětluje např. Vochozka a kol. (2017). Obě techniky se snaží najít vztah mezi náklady a různými parametry (faktory) zkoumáním uspořádaných dat, které obsahují jednak tedy odpovídající náklady (jako závisle proměnou) a také parametry nezávislých proměnných. Jedná se o matematicko-statistickou metodu s využitím metody nejmenších čtverců.

V případě regresní a korelační analýzy jde o mnohem sofistikovanější přístup ke zjištění fixních a variabilních nákladů, než u předešlých metod, a proto **je považovaná za nejspolehlivější**. Základním cílem je přizpůsobit přímku zobrazující průběh nákladů na datové body tak, aby byl minimalizován součet druhých mocnin chyb. Chyby regrese jsou svislé odchylky od datových bodů na regresní přímky tak, jak je ilustrováno na následujícím obrázku 3-8.



Obrázek 6 Regresní metoda nejmenších čtverců

Výpočet této je dnes již plně automatizován a zakomponován do rozličných softwarových nástrojů vč. asi nejrozšířenějšího, tedy MS EXCEL. Způsob použití již byl ukázán na obrázku 4 s využitím lineárního trendu a zobrazení rovnice lineárního trendu. Tyto softwary nabízí dále celou řadu užitečných statistických výpočtů. Jedním z nich je výpočet koeficientu determinace *R* (druhá mocnina korelačního koeficientu), který měří spolehlivost (těsnost) lineární závislosti dvou proměnných.

$$vn_j = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \qquad FN = \overline{Y} - vn_j\overline{X}$$

$$R = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[\{[n\sum X^2 - (\sum X)^2] \times [n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]\}]}}$$

Kde:

X … objem výroby
Y … náklady
n … počet sledovaných období

Tento ukazatel se nazývá také jako koeficient dobré shody. Jde vlastně o popisnou míru vhodnosti použití regresní rovnice pro predikování. Tento koeficient udává procento změny závislé proměnné (tzn. nákladů), která vysvětluje změnu nezávisle proměnné (tzn. objemu aktivit). Hodnoty blízké nule naznačují, že zvolená funkce není vhodná a nepopisuje vhodně možnou závislost (nebo tato závislost neexistuje). Naopak, hodnoty blízké +1 naznačují, že rovnice je velmi vhodná pro extrapolaci a její spolehlivost je vysoká. (Pokud však koeficient determinace vykazuje hodnotu např. 0,75, nelze exaktně konstatovat, že získaná funkce je nedostatečná či nespolehlivá. Můžeme tuto hodnotu interpretovat tak, že v takovém případě funkce **vysvětluje 75 %** změn v nákladech (jakožto závisle proměnné) na nezávisle proměnné (např. objemu výkonů).

Velká výhoda této regresní a korelační analýzy spočívá v tom, že výpočetní technika a softwarové nástroje nám umožňují výpočet několika typů i nelineárních regresních funkcí (např. exponenciální, kvadratická, logaritmická atd.), které nám mohou matematicky popsat funkci také např. nadproporcionálního (či podproporcionálního) vývoje nákladů.

A právě regresní analýzy jsou základem matematicko-statistických analýz a modelování nákladů, které umožňují vytvoření také např. **vícenásobných (multi)regresních modelů**, které dokážou odhalit různé závislosti nákladů – např. režijních – na faktorech jiných, než je pouze klasický objem produkce. Díky těmto modelům pak můžeme odhalovat chování nákladů, které z fixního chápaní nákladů dokážou získat jejich variabilní podobu vztaženou k faktorům mimo objem výkonu.